Thème : Courbes paramétrées

L'exercice proposé au candidat

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$.
Pour tout réel t, on note $M(t)$ le point de coordonnées

$$\begin{cases} x(t) = e^t \cos(t) \\ y(t) = e^t \sin(t) \end{cases}$$

et on note $\overrightarrow{V(t)}$ le vecteur de coordonnées $(x'(t), y'(t))$.

1) Montrer que pour tout réel t, $\overrightarrow{OM(t)} \neq \overrightarrow{0}$.

2) On note $r(t)$ et $s(t)$ les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{OM(t)}$ et $\overrightarrow{V(t)}$.

   2.a) Montrer que le complexe $z = \dfrac{s(t)}{r(t)}$ est indépendant de t.

   2.b) Déterminer un argument de z.

3) Quelle propriété géométrique le résultat précédent donne-t-il sur la courbe (C) décrite par le point $M(t)$ lorsque t parcourt $\mathbb{R}$?

Le travail à exposer devant le jury

1- À quel niveau de la scolarité peut-on proposer un tel exercice ?

2- Quels sont les méthodes et les savoirs mis en jeu ?

3- Présenter une solution de la question 3) de l'exercice en l'illustrant à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

4- Proposer plusieurs exercices se rapportant au thème "courbes paramétrées", ayant une origine historique ou offrant un lien avec une autre discipline.