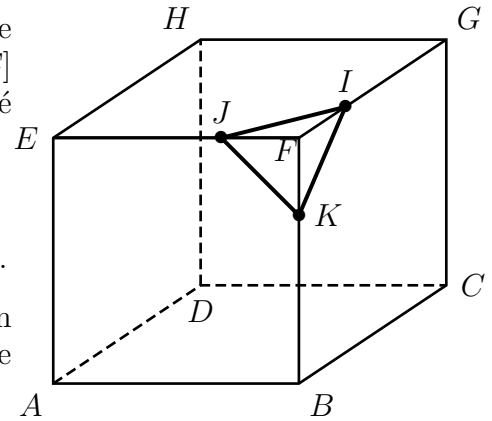


Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

Soit $ABCDEFGH$ un cube dont l'arête mesure 1 cm, On place les points I, J et K respectivement sur les arêtes $[FG], [FE]$ et $[FB]$ tels que $FI = FJ = FK = x$ où x est un réel donné strictement positif inférieur à la longueur de l'arête du cube.



- 1) Quelle est la nature du triangle IJK ?
- 2) Déterminer en fonction de x le volume du tétraèdre $FIJK$.
- 3) La perpendiculaire menée par F au plan (IJK) coupe ce plan au point M . La hauteur FM du tétraèdre $IJKF$ est-elle proportionnelle à la mesure de la longueur FI ?

La réponse de trois élèves à la question 3)

Élève 1

La hauteur FM augmente avec le côté FI , donc elle est proportionnelle.

Élève 2

*Je pense que le point M se trouve au centre du triangle équilatéral IJK .
Je calcule la longueur FM lorsque $x = 1$. Le triangle GEB est équilatéral de côté $\sqrt{2}$.
 $GM = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2}$ cm. Le triangle FMG est rectangle en M . On a donc :*

$$FG^2 = FM^2 + GM^2. \text{ J'obtiens } FM^2 = 1 - \frac{6}{9} = \frac{1}{3}. \text{ D'où } FM = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Si je prends $x = 0,5$ alors j'obtiens une figure deux fois plus petite et donc $FM = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}$ donc c'est proportionnel.

Élève 3

J'ai utilisé un logiciel de géométrie. J'ai construit M , le projeté orthogonal de F sur le plan IJK et j'ai fait afficher la longueur FM . En faisant varier la longueur FI , j'obtiens le tableau suivant

x	1	0,5	0,8
FM	0,58	0,29	0,46

Ce tableau est un tableau de proportionnalité donc la réponse est oui

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez et commentez les raisonnements des trois élèves.
- 2- Proposez une correction de la question 3) telle que vous la présenteriez à des élèves de seconde.
- 3- Présentez deux ou trois problèmes sur le thème *géométrie dans l'espace*.