

## Thème : Outils - calcul vectoriel

### 1. L'exercice proposé au candidat

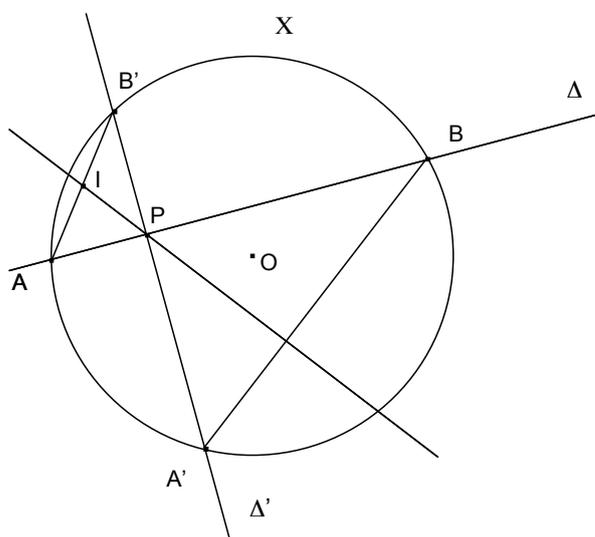
On considère un cercle  $X$  de centre  $O$  et de rayon  $r$  et un point  $P$  du plan. On pose  $d = OP$ .

1. Une droite  $\Delta$  passant par  $P$  coupe le cercle  $X$  en  $A$  et  $B$ . On note  $E$  le point du cercle  $X$  diamétralement opposé à  $A$ .

Démontrer que  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PE}$ . En déduire que  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = d^2 - r^2$ .

2. Application à l'étude d'une configuration :

Dans la figure ci-dessous les droites  $\Delta$  et  $\Delta'$  sont orthogonales et le point  $I$  est le milieu du segment  $[AB']$ . Démontrer que les droites  $(PI)$  et  $(A'B)$  sont orthogonales.



### 2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

**Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :**

- Q.1)** Indiquer, pour chacune des questions de l'exercice, les savoirs mis en jeu.  
**Q.2)** Rédiger une solution de la question 2 de l'exercice telle que le candidat la présenterait à un élève de Première S.

**Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :**

- ◇ Sa réponse à la question **Q.2**.
- ◇ Un ou plusieurs exercices sur le thème « **Outils - Calcul vectoriel** ».

## 3. Quelques références aux programmes

### Programme de la classe de seconde

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Repérage dans le plan. Les vecteurs du plan. Multiplication d'un vecteur par un réel. Équations de droites.	Repérer des points d'un plan, des cases d'un réseau carré ou rectangulaire ; interpréter les cartes et les plans. Un repère étant fixé, exprimer la colinéarité de deux vecteurs ou l'alignement de trois points.	On pourra réfléchir aux avantages des divers types de repérage. On fera le lien avec le repérage des cellules d'un tableur. On évoquera, en comparant les repérages sur la droite, dans le plan (voire sur la sphère ou dans l'espace), la notion de dimension.
Système d'équations linéaires.	Caractériser analytiquement une droite. Reconnaître que deux droites sont parallèles. Déterminer le nombre de solutions d'un système de deux équations à deux inconnues. Résoudre des problèmes conduisant à de tels systèmes.	On n'utilisera le calcul vectoriel que pour faciliter le repérage des points, justifier le calcul de coordonnées et caractériser des alignements. On démontrera que toute droite a une équation soit de la forme $y = mx + p$ , soit de la forme $x = c$ .

### Programme de première scientifique

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Calcul vectoriel Calcul vectoriel dans l'espace.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.	
Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.	On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.	La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité. On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace.
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.	On pourra faire le lien avec le travail d'une force.
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.