Dossier 50/2-2

Thème : Outils

Le calcul vectoriel et la géométrie analytique

1. L'exercice proposé au candidat

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère l'ensemble $(\mathscr{S})$ défini par :

$$\mathscr{S} = \left\{M(x, y, z) \in \mathscr{E};\ \ x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0\right\}$$

1) Montrer que $(\mathscr{S})$ est une sphère dont on donnera le centre et le rayon.
2) Montrer que le point $A(2, 2, -1)$ appartient à $(\mathscr{S})$ et déterminer une équation cartésienne du plan $(\mathscr{P}_1)$ tangent à $(\mathscr{S})$ au point A.
3) a) Montrer que le plan $(\mathscr{P}_2)$ d'équation $x + y - z - 1 = 0$ coupe $(\mathscr{S})$.
   b) Déterminer le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ intersection de $(\mathscr{P}_2)$ et $(\mathscr{S})$.
   c) Déterminer les coordonnées du point Ω centre de $(\mathscr{C})$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Enoncer les théorèmes et les outils mis en jeu dans l'exercice.

Q.2) Rédiger un énoncé détaillé pour aider un élève de Terminale S à faire la question 3) c).

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

– Sa réponse à la question Q.2).
– Les énoncés de deux exercices de géométrie analytique dont l'un au moins permet de résoudre un problème posé dans l'espace.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Repérage Repérage cartésien dans l'espace. Distance entre deux points en repère orthonormal.	En particulier, équation de quelques objets de l'espace : plans parallèles aux plans de coordonnées ; sphère centrée à l'origine, cône de sommet l'origine et cylindre, chacun ayant pour axe l'un des axes du repère.	Il s'agit ici de rendre familiers quelques objets usuels .
Géométrie vectorielle Calcul vectoriel dans l'espace. [..] Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés. Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires. [..] Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal. Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre.	On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force.

Programme de Terminale S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Produit scalaire dans l'espace Rappels sur le produit scalaire dans le plan. Définition du produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace. Propriétés, expression en repère orthonormal.	Expression en repère orthonormal de la distance d'un point à une droite dans le plan. Plan orthogonal à un vecteur passant par un point. Equation cartésienne en repère orthonormal. Expression de la distance à un plan. Inéquation définissant un demi-espace.	On généralisera aux vecteurs de l'espace la définition du produit scalaire donnée dans le plan ; à cette occasion, on présentera la projection orthogonale sur une droite ou sur un plan.
Droites et plans dans l'espace. Représentation paramétrique d'une droite de l'espace. Intersection de deux plans, d'une droite et d'un plan, de trois plans. Discussion géométrique ; discussion algébrique.	On fera clairement apparaître que les problèmes géométriques considérés ici sont aussi l'étude des systèmes d'équations linéaires, que l'on résoudra algébriquement. On traitera aussi quelques situations numériques (issues de l'analyse, de situations économiques ou autres) s'y ramenant.	Les élèves doivent aussi savoir qu'une droite de l'espace peut être représentée par un système de deux équations linéaires.