

Thème : Outils
Le calcul vectoriel et la géométrie analytique

1. L'exercice proposé au candidat

On considère dans le plan P rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ le cercle Γ de centre O et de rayon 1.

Soit A le point de coordonnées $(1; 0)$ et soit A' le point de coordonnées $(-1; 0)$.

- 1) Pour tout point H du segment $[AA']$, distinct de A et A' , on mène la perpendiculaire Δ à la droite (AA') . La droite Δ coupe le cercle Γ en M et M' . On pose $\overrightarrow{OH} = x \vec{i}$. Calculer, en fonction de x , l'aire du triangle AMM' .
- 2) Soit f la fonction numérique définie sur $[-1; 1]$ par $f(x) = (1 - x)\sqrt{1 - x^2}$. Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Montrer que le triangle, AMM' , d'aire maximale est équilatéral.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

- Q.1) Dégager les méthodes et les théorèmes utilisés dans cet exercice.
- Q.2) Construire, à l'aide du module de géométrie d'une calculatrice, la figure proposée et conjecturer à l'aide de cette figure le résultat attendu.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

Deux exercices sur le thème : « **Le calcul vectoriel et la géométrie analytique.** »

3. Quelques références aux programmes

Classe de Première S.

GÉOMÉTRIE

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie. Le repérage polaire dans le plan et le repérage cartésien dans l'espace offrent de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets. L'étude de configurations du plan et de l'espace est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations. Enfin la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des filots déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs ; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration. L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce qu'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'explicitier est un élément important d'une formation scientifique.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Géométrie vectorielle Calcul vectoriel dans l'espace.	On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.	
[...]		
Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.	Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.	On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force.
Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.	Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.	Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.

Classe de Terminale S

II. 2 Géométrie

L'objectif de ce paragraphe est d'entretenir la pratique des objets usuels du plan et de l'espace et de fournir quelques notions nouvelles permettant de parfaire l'approche entreprise dans les classes antérieures sur la géométrie vectorielle ou repérée. Dans le prolongement du repérage polaire introduit en première, les nombres complexes, outre leur intérêt historique, algébrique et interdisciplinaire pour la poursuite des études, fournissent un outil efficace dans les problèmes faisant intervenir les transformations planes. L'extension à l'espace du produit scalaire permet de résoudre de nouveaux problèmes et, de ce fait, d'approfondir la vision de l'espace.

Bien que, comme dans les programmes antérieurs, le libellé de cette partie soit relativement concis, on prendra le temps de mettre en œuvre toutes les connaissances de géométrie de l'ensemble du cursus scolaire pour l'étude de configurations du plan ou de l'espace, le calcul de distances, d'angles, d'aires et de volumes, etc. Ces travaux seront répartis tout au long de l'année afin que les élèves acquièrent une certaine familiarité avec le domaine géométrique ; on privilégiera les problèmes dont les procédés de résolution peuvent avoir valeur de méthode et on entraînera les élèves à choisir l'outil de résolution le plus pertinent parmi ceux dont ils disposent (propriétés des configurations, calcul vectoriel, calcul barycentrique, transformations, nombres complexes, géométrie analytique).