

**Thème : Problèmes d'incidence**

Concours

**1. L'exercice proposé au candidat**

Soit  $ABC$  un triangle quelconque. On pose  $a = BC$ ,  $b = CA$  et  $c = AB$ . On note  $U$  le barycentre de  $B$  et  $C$  affectés respectivement des coefficients  $b$  et  $c$ .

- 1) On note  $B_0$  le point défini par  $\overrightarrow{AB_0} = \frac{b}{b+c} \overrightarrow{AB}$ . Exprimer  $B_0$  comme barycentre de  $A$  et  $B$ .
- 2) On note  $C_0$  le point défini par  $\overrightarrow{AC_0} = \frac{c}{b+c} \overrightarrow{AC}$ . Exprimer  $C_0$  comme barycentre de  $A$  et  $C$ .
- 3) Montrer que  $AB_0UC_0$  est un losange.
- 4) Montrer que  $(AU)$  est la bissectrice intérieure de  $\hat{A}$  dans le triangle  $ABC$ .

On considère le point  $I$  barycentre de  $A$ ,  $B$  et  $C$  affectés respectivement des coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

- 5) Montrer que  $I$  est le centre du cercle inscrit dans le triangle  $ABC$ .

**2. Le travail demandé au candidat**

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

*Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :*

- Q.1) Détailler les différentes propriétés mises en jeu pour résoudre l'exercice.*
- Q.2) Proposer un ou plusieurs exercices mettant en jeu des barycentres dans un problème de concours de droites du plan ou de l'espace.*

### 3. Quelques références aux programmes

#### Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en oeuvre	Commentaires
<p><b>Géométrie vectorielle</b> Calcul vectoriel dans l'espace</p> <p>Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre</p>	<p>On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.</p> <p>On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.</p>	<p>La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.</p>

#### Série « SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES »

##### 2. Quelques lignes directrices pour les contenus

[...]

b) En *géométrie*, il est essentiel de développer une *vision géométrique des problèmes* dans les différentes parties du programme, à travers l'étude des *configurations usuelles* du plan et de l'espace, l'emploi de *représentations* graphiques et le tracé des courbes planes. Cette partie du programme ne concerne que les spécialités génie mécanique, génie civil, génie énergétique et génie des matériaux. Le *calcul vectoriel* et ses interventions constituent un autre objectif important ; le programme de première comporte l'étude du produit scalaire et quelques notions sur les barycentres (ces deux points ne sont plus au programme de seconde).

#### Classe de Première STI

##### 1. CALCUL VECTORIEL DANS LE PLAN

Quelques activités permettront, en cas de besoin, de consolider les acquis concernant les vecteurs du plan ; *on évitera en revanche les révisions systématiques.*

Barycentre de deux points pondérés :  
Réduction de  $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}$  dans le cas où  $\alpha + \beta \neq 0$   
Caractérisation du barycentre par  $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$   
Extension à un système de trois ou quatre points.

Les élèves doivent savoir que le barycentre de deux points appartient à la droite définie par ces points ; la réciproque est hors programme. La recherche de barycentres ne porte que sur des exemples numériques issus notamment de la mécanique, où le calcul vectoriel permet, de façon très simple, d'associer les points pour les déterminer ; tout énoncé général concernant l'associativité de la barycentration est hors programme. On ne multipliera pas les exemples de recherche et de construction de barycentres.