

Thème : calculs d'aires et de longueurs

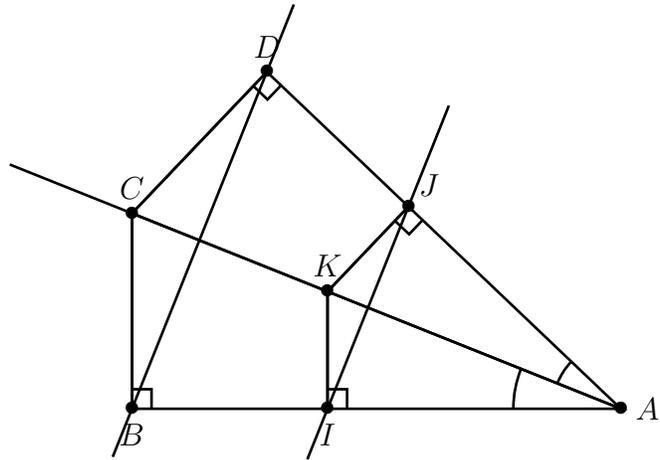
L'exercice

Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que :

- les angles \widehat{B} et \widehat{D} sont droits,
- le point C appartient à la bissectrice de l'angle \widehat{BAD} ,
- $AB = 50$ mm et $BC = 20$ mm.

Soient I, J, K tels que :

- les points C, K, A sont alignés,
- les points I et J appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AD]$
- les triangles AKI et AJK sont rectangles respectivement en I et J .



1. Déterminer la position de I sur le segment $[AB]$ telle que les quadrilatères $AJKI$, $BIKC$ et $CKJD$ aient même aire.
2. Démontrer que les droites (BD) et (IJ) sont parallèles.

Les réponses proposées par deux élèves de troisième à la question 1

Élève 1

D'après le théorème de Thalès, comme $(IK) \parallel (BC)$, on a $\frac{AI}{AB} = \frac{IK}{BC}$, donc $\frac{x}{50} = \frac{IK}{20}$,

donc $IK = \frac{2}{5}x$. On obtient donc Aire $AJKI = 2 \times \frac{x \times \frac{2x}{5}}{2} = \frac{2x^2}{5}$.

Donc Aire $IBCK = \frac{20 \times 50}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{2x^2}{5} = 500 - \frac{x^2}{5}$. On résout $\frac{2x^2}{5} = 500 - \frac{x^2}{5}$. On a $\frac{3x^2}{5} = 500$, d'où $x^2 = \frac{2500}{3}$. Donc $x = \frac{50}{\sqrt{3}}$.

Élève 2

L'aire du triangle IKA doit être égale à la moitié de l'aire du trapèze $ICBK$, donc au tiers de l'aire du triangle ABC . Le coefficient de réduction k qui fait passer de ABC à IKA vérifie $k^2 = \frac{1}{3}$ donc $k = \frac{1}{\sqrt{3}}$. On doit placer I à $\frac{1}{\sqrt{3}}$ de AB .

Le travail à exposer devant le jury

- 1- a) Quels sont les acquis de l'élève 1 dans le domaine du calcul algébrique et de la géométrie ?
b) Citez deux propriétés de la figure auxquelles l'élève 2 fait explicitement référence. Sa conclusion vous paraît-elle correcte ?
- 2- Exposez une correction de la question 2 comme vous le feriez devant une classe de troisième.
- 3- Proposez deux ou trois exercices mettant en jeu des calculs d'aires et de longueurs, dont l'un au moins peut amener à utiliser un logiciel de géométrie dynamique.