

**Thème : Recherche de lieux géométriques****L'exercice**

On dira qu'un triangle  $ABC$  non aplati possède la propriété  $P$  si ses deux médianes issues de  $A$  et de  $B$  sont perpendiculaires.

- 1) On suppose qu'un triangle  $ABC$  a pour côtés  $AB = 1$ ,  $AC = \sqrt{2}$  et  $BC = \sqrt{3}$ . Vérifier que le triangle  $ABC$  est rectangle et possède la propriété  $P$ .
- 2) Les deux points  $A$  et  $B$  étant fixés, on cherche à déterminer l'ensemble  $\Gamma$  des points  $C$  tels que le triangle  $ABC$  possède la propriété  $P$ . Trouver le lieu des points  $G$ , isobarycentre des trois points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , lorsque  $C$  décrit  $\Gamma$ . En déduire l'ensemble  $\Gamma$ .
- 3) Soit  $ABC$  un triangle possédant la propriété  $P$ . On pose  $a = BC$ ,  $b = AC$  et  $c = AB$ . Montrer que l'on a la relation  $a^2 + b^2 = 5c^2$ .

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Dégager les méthodes et savoirs mis en jeu dans l'exercice.
- 2- Présenter une solution de la question 2) et un énoncé plus détaillé de cette question à proposer à des élèves de première S ;
- 3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème "**Recherche de lieux géométriques**".