

**Thème : Problèmes de recherche de lieux géométriques****L'exercice**

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois points non alignés. On se propose de déterminer l'ensemble  $\mathcal{L}$  des points  $M$  du plan tels que les triangles  $MAB$  et  $MAC$  aient la même aire.

On note  $(\Delta_0)$  la parallèle à  $(BC)$  passant par  $A$  et  $(\Delta_1)$  la médiane issue de  $A$  dans  $ABC$ .

1) Montrer que l'ensemble  $(\Delta_0) \cup (\Delta_1)$  est inclus dans  $\mathcal{L}$ .

Pour tout point  $M$  distinct de  $A$ , on note  $d_B$  et  $d_C$  les distances respectives de  $B$  et  $C$  à la droite  $(AM)$ .

2) Soit  $M$  un point n'appartenant pas à  $(\Delta_0)$ . On appelle  $J$  l'intersection de la droite  $(AM)$  et de la droite  $(BC)$ .

a) Montrer que si  $M \in \mathcal{L}$  alors  $d_B = d_C$ .

b) En déduire que  $J$  est le milieu de  $[BC]$ .

3) Conclure.

**Le travail à exposer devant le jury**

1- Dégager les méthodes et savoirs mis en jeu dans l'exercice.

2- Rédiger une solution de la question 2) telle que le candidat la présenterait à une classe.

3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème "**Problèmes de recherche de lieux géométriques**".