

Thème : Équations différentielles**L'exercice**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal.

- 1) On désigne par \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction exponentielle $x \mapsto e^x$. Pour tout point M d'abscisse t appartenant à \mathcal{C} , on considère le point P de coordonnées $(t, 0)$ et le point N , point d'intersection de la tangente en M à \mathcal{C} avec l'axe des abscisses. Montrer que la distance PN est constante.
- 2) Dans la suite de l'exercice f désigne une fonction définie sur \mathbb{R} , strictement positive, dérivable et dont la fonction dérivée est strictement positive. Pour tout point M d'abscisse t appartenant à la courbe représentative de f , on considère le point P de coordonnées $(t, 0)$ et le point N , point d'intersection de la tangente en M à la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses.
 - 2.a) Calculer la distance PN en fonction de $f(t)$ et de $f'(t)$.
 - 2.b) Déterminer une équation différentielle (E_k) vérifiée par les fonctions f définies sur \mathbb{R} , strictement positives, dérivables et dont la fonction dérivée est strictement positive, pour lesquelles la distance PN est une constante k .
 - 2.c) Déterminer les fonctions f solutions de (E_k) .

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.
- 2- Présenter une solution de la question 2).
- 3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème “**Équations différentielles**”.