Thème : Équations différentielles

1. L'exercice proposé au candidat

On considère les deux équations différentielles suivantes définies sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$:

$$(E)\ y' + \big(1+\tan x\big)y = \cos x \qquad (E_0)\ y' + y = 1.$$

1) Donner l'ensemble des solutions de (E_0).
2) Soient g une fonction dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$. On pose $f(x) = g(x)\cos x$. Démontrer que la fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction g est solution de (E_0).
3) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 0$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Indiquer, pour chacune des questions de l'exercice, les savoirs mis en jeu.

Q.2) Présenter une solution de la question 2) de l'exercice telle que vous la donneriez à des élèves de Terminale.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

a) Sa réponse à la question **Q.2)**.
b) Un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Équations différentielles** ».

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale scientifique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Équations différentielles $y' = ay + b$.	On démontrera l'existence et l'unicité de la solution passant par un point donné. On étudiera quelques problèmes où interviennent des équations différentielles se ramenant à $y' = ay + b$.	Ce paragraphe, déjà abordé lors de l'introduction de la fonction exponentielle, pourra être réparti sur l'ensemble de l'année. On fera le lien avec l'étude de ces équations en physique ; on définira le temps caractéristique $\tau = -\frac{1}{a}$ pour $a < 0$. Les indications utiles pour se ramener à $y' = ay + b$ doivent être données. Des solutions de l'équation $y'' + \omega^2 y = 0$ seront introduites en cours de Physique.