Dossier 38-1

Thème : Intégration
Calculs de volumes usuels à l'aide du calcul intégral

1. L'exercice proposé au candidat

$\mathcal{C}$ est l'arc de courbe représentant, pour $x \in [\alpha, \beta]$ $(\alpha < \beta)$, une fonction f de la forme $f(x) = \sqrt{P(x)}$ où P désigne une fonction polynôme du second degré, strictement positive sur $[\alpha, \beta]$. La rotation de $\mathcal{C}$ autour de l'axe Ox engendre un solide de révolution dont on désire calculer le volume V. On note B_1 et B_2 les aires des bases du solide et B_3 l'aire de la section du solide par le plan équidistant des plans des bases. On note h le réel $\beta - \alpha$.

1) Montrer que $V = \dfrac{h}{6}(B_1 + B_2 + 4B_3)$.

2) Une tour de condenseur a une hauteur $H = 48m$. Sa base circulaire a un rayon R_1, son orifice supérieur un rayon R_2. Son volume peut être considéré comme le volume du solide de révolution engendré par la rotation autour d'un axe $x'Ox$ du domaine plan délimité par l'arc AB d'équation

$$y = 12\sqrt{1 + \frac{x^2}{24}},$$

les droites d'équations $x = -36$, $x = 12$ et l'axe $x'x$. Calculez le volume V à un mètre cube près.

1 Travail demandé au candidat

En aucun cas le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice.
Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice :

1. Que peut-on ajouter à l'énoncé pour le rendre plus clair ?
2. Quel est le lien entre la question 1 et la question 2 ? Proposer une nouvelle version du même exercice dans laquelle l'ordre des questions est inversé. Comparer.
3. Discuter la formulation de la question 2.
4. Proposer un autre exercice sur ce thème.