

**Thème : Intégration****L'exercice**

On se propose de calculer, avec les moyens à la disposition d'un élève de Terminale S, la valeur exacte de :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$$

On pose pour tout réel  $x \in [0, 1]$  :

$$I(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^2} dt$$

- 1) Montrer que la fonction  $x \mapsto I(x)$  est dérivable sur  $[0, 1]$  et calculer sa fonction dérivée  $I'$ .
- 2) Pour tout  $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ , on pose :

$$F(x) = I(\tan(x))$$

- a) Montrer que  $F$  est dérivable sur  $[0, \frac{\pi}{4}]$  et calculer  $F'(x)$ .
  - b) Montrer que, pour tout  $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ , on a  $F(x) = x$ .
- 3) En déduire la valeur de  $I$ .

**Un extrait des programmes**

Extrait du programme de Terminale S (BO spécial n°8 du 13 octobre 2011)

Contenus	Commentaires
Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a, b]$ comme aire sous la courbe	On s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège et sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie.
Notation $\int_a^b f(x) dx$	On peut mener un calcul approché d'aire (parabole, hyperbole, etc.) pour illustrer cette définition.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Comment relier la question 1) de l'exercice à la définition de l'intégrale donnée en Terminale S ?
- 2- Explicitiez les théorèmes principaux utilisés dans l'exercice.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème de l'intégration.