

**Thème : Intégration**  
**Calcul d'intégrales par des méthodes variées**

**1. L'exercice proposé au candidat**

1) Vérifier que pour tout  $x$  réel :

$$\frac{e^x}{1+e^x} = 1 - \frac{1}{1+e^x}$$

2) En déduire  $\int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$ .

3) Déterminer  $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)} dx$  et  $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx$ .

**2. Le travail demandé au candidat**

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

**Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :**

Q.1) Énoncer les résultats fondamentaux pour le calcul des intégrales mis en jeu dans l'exercice précédent.

Q.2) Quelle réponse feriez-vous à un élève qui vous demanderait comment calculer  $\int_0^1 \frac{dx}{(1+e^x)^4}$  ?

**Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :**

- sa réponse à la question Q.2)
- d'autres exercices sur le thème « Calculs d'intégrales par des méthodes variées »

## Dossier 33-1 (suite)

### 3. Quelques références aux programmes

#### Programme de Terminale S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
<b>Intégration et dérivation</b>		
<p>Pour une fonction <math>f</math> continue positive sur <math>[a, b]</math>, introduction de la notation <math>\int_a^b f(x)dx</math> comme aire sous la courbe. Valeur moyenne d'une telle fonction.</p> <p>Extension à l'intégrale et à la valeur moyenne d'une fonction de signe quelconque.</p>	<p>[...]</p> <p>On indiquera la convention de signe sur un intervalle où <math>f</math> est négative et on en déduira le cas général; on pourra aussi ajouter une constante à <math>f</math> pour la rendre positive.</p>	<p>[...]</p> <p>Cette extension doit être faite brièvement. Cette convention de signe prendra tout son sens lors de l'étude de <math>\int_a^b f(x)dx</math>.</p>

Programme de Terminale S (suite)

<p>Notion de primitive. Théorème : « si <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>I</math>, et si <math>a</math> est un point de <math>I</math>, la fonction <math>F</math> telle que <math>F(x) = \int_a^x f(t)dt</math> est l'unique primitive de <math>f</math> sur <math>I</math> s'annulant en <math>a</math> »</p> <p>Calcul de <math>\int_a^b f(t)dt</math> à l'aide d'une primitive de <math>f</math>.</p> <p>Intégration par parties.</p>	<p>On démontrera que <math>F</math> est une primitive de <math>f</math> dans le cas où <math>f</math> est continue et croissante, et on admettra le cas général.</p> <p>Tableau primitives-dérivées des fonctions usuelles (fonctions <math>x \mapsto x^n</math>, <math>x \mapsto \sqrt{x}</math>, <math>x \mapsto \ln x</math>, <math>x \mapsto e^x</math>, sinus, cosinus). Application de la dérivation des fonctions composées à la primitivation de <math>\frac{u'}{u}</math>, <math>u'e^u</math>, <math>u'u^n</math>.</p>	<p>L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.</p> <p>L'existence d'une solution de <math>y' = f(t)</math>, admise en 1ère est ainsi justifiée; de même, est justifiée l'existence du logarithme : celle de sa fonction réciproque en découle alors. La volonté d'introduire rapidement la fonction exponentielle pour la physique aura conduit à admettre un théorème d'existence en début d'année, qui se trouve ici justifié.</p> <p>On se limitera à des cas simples où l'élève aura à trouver lui-même le recours à la technique d'intégration par parties.</p>
--	---	--