

**Thème : intégration**

**L'exercice**

1. Déterminer les primitives sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

2. En déduire la valeur du réel  $I$  défini par :

$$I = \int_0^{\pi} (\sin(x) + \cos(x))^2 dx$$

3. On considère les réels  $K = \int_0^{\pi} \cos^2(x) dx$  et  $L = \int_0^{\pi} \sin^2(x) dx$

a) Calculer  $K + L$  et  $K - L$ .

b) En déduire les valeurs de  $K$  et  $L$ .

**Les réponses proposées par trois élèves à la question 1.****Élève 1**

*La primitive de sin est  $-\cos$  et la primitive de cos est sin, donc la primitive de f est*

$$F(x) = -2 \cos(x) \sin(x)$$

**Élève 2**

*Soit u la fonction cosinus, sa dérivée est moins la fonction sinus ; je reconnais la formule  $uu'$  donc les primitives de f sur  $\mathbb{R}$  sont :*

$$F(x) = \sin^2(x) + k$$

**Élève 3**

*On a  $f(x) = 2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x)$ , donc les primitives de f sont les fonctions F définies par :*

$$F(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Analysez la production de chaque élève, en mettant en valeur ses connaissances dans le domaine du calcul intégral.
- 2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *intégration* dont au moins un nécessitera la mise en oeuvre d'un algorithme.