Dossier 27-7 *Sujet 2013*

Thème : optimisation

L'exercice

Dans un plan, parmi les triangles rectangles ayant une hypoténuse de 8 cm, en existe-t-il ayant un périmètre supérieur ou égal à tous les autres ?

Les solutions proposées par deux élèves

Élève n°1

Pour calculer un périmètre, on additionne les côtés du triangle.
Pour savoir répondre à cette question, nous allons utiliser le théorème de Pythagore. Dans le triangle ABC rectangle en A, [BC] est l'hypoténuse. D'après le théorème de Pythagore : Si AC =1, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. *donc* $8^2 = AB^2 + 1^2$. *Donc* $64 - 1 = AB^2$, $63 = AB^2$, $\sqrt{63} = AB$. *Donc* $P = BC + AB + AC = 8 + \sqrt{63} + 1 = 16,9$.
Je continue pour d'autres valeurs pour $[AC]$, *et je trouve que le maximum est atteint pour* $AC = 5,6$ *et que AB vaut alors* $\sqrt{32,64}$ *et que le périmètre* $P = 19,313$.

Élève n°2

On appelle ABC le triangle rectangle en A. Si on pose $AC = x$, x *appartient à l'intervalle* $]0;8[$ *car* x *est compris dans le triangle mais ne peut pas être plus long que l'hypoténuse. On sait que* $CB = 8$ *et* $AC = x$. *J'utilise le théorème de Pythagore pour déterminer la valeur BA. Donc* $CB^2 = AC^2 + BA^2$. *D'où* $BA^2 = 8^2 - x^2$. *D'où* $BA = \sqrt{8^2 - x^2}$. *Le périmètre du triangle vaut donc* $f(x) = \sqrt{8^2 - x^2} + 8 + x$.
Je ne sais pas étudier les variations de cette fonction, mais quand je fais la figure sous geogebra, je vois que quand le triangle est isocèle, il a une aire plus grande que les autres.

Le travail à exposer devant le jury

1- a) En quoi la démarche de l'élève 1 est-elle pertinente ? Comment le professeur pourrait-il l'aider à aller au bout de cette démarche ?

b) Mettez en évidence les acquis de l'élève 2.

2- Exposez une correction de cet exercice comme vous le feriez devant une classe de terminale S.

3- Proposez deux autres exercices d'optimisation en précisant les niveaux auxquels vous les situez.