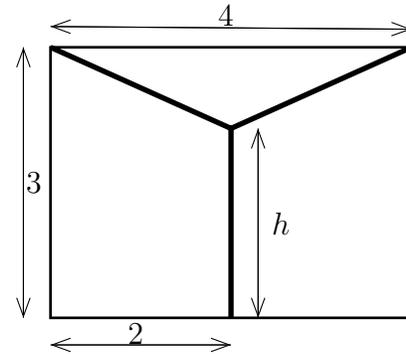


Thème : Optimisation

L'exercice

On souhaite mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur la façade d'une maison. Sur cette façade de forme rectangulaire, deux tuyaux obliques doivent récupérer les eaux de pluie pour les déverser dans un tuyau vertical aboutissant à un réservoir. Ci-contre le plan de cette façade ainsi que quelques dimensions, exprimées en mètre. Les trois tuyaux apparaissent en gras.



On cherche pour quelle hauteur h du tuyau vertical la longueur totale de tuyau à acheter est minimale.

1. Calculer en fonction de h la longueur $L(h)$ totale de tuyau nécessaire.
2. On considère la fonction g définie par : $g(h) = \sqrt{h^2 - 6h + 13} + 2h - 6$. Étudier le signe de cette fonction.
3. Étudier les variations de la fonction L et conclure.

La réponse d'un élève à la question 2

$$\begin{aligned} \sqrt{h^2 - 6h + 13} + 2h - 6 &= 0 \\ \sqrt{h^2 - 6h + 13} &= -(2h - 6) \\ \sqrt{h^2 - 6h + 13} &= 6 - 2h \\ h^2 - 6h + 13 &= 36 - 24h + 4h^2 \\ 3h^2 - 18h + 23 &= 0 \\ \text{Les solutions sont } h_1 &= 3 - \frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ et } h_2 = 3 + \frac{2}{3}\sqrt{3} \\ \text{Donc le signe de la fonction } g &\text{ est :} \\ g \geq 0 &\text{ pour } h \in]-\infty; h_1] \cup [h_2; +\infty[\\ g \leq 0 &\text{ pour } h \in [h_1, h_2] \end{aligned}$$

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence ses connaissances et savoir-faire dans la résolution d'équations et d'inéquations.
- 2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *optimisation*, dont l'un au moins amène les élèves à émettre une conjecture.