

Thème : problème d'optimisation

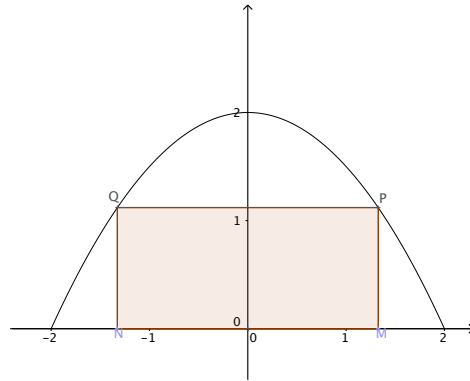
L'exercice

La parabole d'équation $y = -0,5x^2 + 2$ a été représentée ci-contre.

Pour tout $x \in [0, 2]$, on construit à partir du point $M(x, 0)$, les points P , Q et N , avec P et Q sur la parabole et $MNQP$ rectangle.

Existe-t-il un rectangle d'aire maximale ?

Si oui, est-il unique ?



Source : d'après MATHS Analyse 1ère S, collection TERRACHER

La réponse de deux élèves de première S

Élève n°1

$$y = MN = -0,5x^2 + 2$$

$$A = 2x \times y$$

$$A = 2x(-0,5x^2 + 2)$$

$$A = -x^3 + 4x$$

Élève n°2

Je pense que le rectangle est un carré car on a fait un exercice disant que le rectangle qui a la plus grande aire est un carré.

$$x = -0,5x^2 + 2$$

$$-0,5x^2 + 2 - x = 0$$

$\Delta = 5$, il y a deux solutions dans \mathbb{R} : $x_1 = 1,236$ et $x_2 = -3,236$.

Mais $x \in [0, 2]$ donc $x = 1,236$, $f(x) = 1,236$.

On vérifie avec la calculatrice : $f(1,2) = 1,28$ et $f(1,3) = 1,155$. On dirait que c'est faux.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les démarches des élèves en mettant en avant les compétences mathématiques acquises.
- 2- Exposez une correction de cet exercice, prenant en compte les productions des élèves, comme vous le feriez devant une classe de première.
- 3- Présentez deux ou trois problèmes d'optimisation dont l'un au moins se situe au niveau de la classe de seconde.