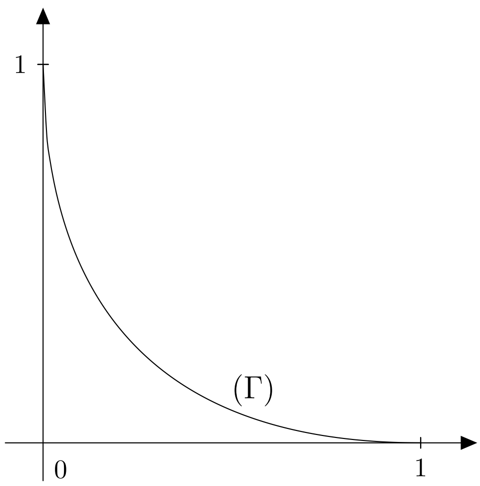
Thème : Fonctions
Étude de représentations graphiques

1. L'exercice proposé au candidat

On considère la fonction f définie sur $[0, 1]$ par :

$$f(x) = x - 2\sqrt{x} + 1.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O, la courbe (Γ) représentative de f est donnée ci-dessous.



1) a) Montrer que le point M de coordonnées (x, y) appartient à (Γ) si et seulement si $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$ et $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$.

   b) Montrer que (Γ) est symétrique par rapport à la droite d'équation $y = x$.

2) La courbe (Γ) est-elle un arc de cercle ? Justifier.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

◇ sa réponse à la question 2) ;

◇ un ou plusieurs exercices faisant appel à l'étude ou à l'utilisation de représentations graphiques de fonctions.

Le candidat présentera au jury :

– le contenu de ses fiches ;

– les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Troisième

1. Organisation et gestion de données, fonctions

L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu les fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. [...] L'usage du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques.

La notion d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de Troisième.

Programme de Seconde

Contenus	**Capacités attendues**	**Commentaires**
Premières fonctions de référence.	Établir le sens de variation et représenter graphiquement les fonctions $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ Connaître la représentation graphique de $x \mapsto \sin(x)$ et $x \mapsto \cos(x)$	D'autres fonctions telles que $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \lvert x\rvert$ pourront être découvertes. Les résultats les concernant pourront être admis.
Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations.	Résoudre une équation ou une inéquation se ramenant au premier degré. Utiliser un tableau de signe pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction. Résoudre graphiquement des équations ou inéquations du type $f(x) = k$, $f(x) < k$, $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$ ...	Pour un même problème, on combinera les apports des modes de résolution graphique et algébrique. On précisera les avantages et les limites de ces différents modes de résolution. On pourra utiliser les graphiques des fonctions de référence et leurs positions relatives.

Programme de Première S

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Généralités sur les fonctions		
Définition d'une fonction polynôme et de son degré. Sens de variation et représentation graphique d'une fonction de la forme $u + \lambda$, λu, la fonction u étant connue. Sens de variation de $u \circ v$, u et v étant monotones.	On partira des fonctions étudiées en classe de Seconde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d'une même fonction trinôme, d'une même fonction homographique. On travaillera, à l'aide de grapheurs, sur des familles de courbes représentatives de fonctions associées à deux fonctions données u et v : $u + \lambda$, λu, $u + v$, $\lvert u\rvert$, $x \mapsto u(\lambda x)$ et $x \mapsto u(x + \lambda)$.	Les transformations d'écritures s'effectueront à l'occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d'asymptotes, résolution d'équations). On remarquera que certaines familles de fonctions sont stables par certaines opérations, pas par d'autres. On remarquera à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle donnant dans tous les cas le sens de variation de $u + v$ ou de $u \times v$. On justifiera les symétries observées sur les représentations graphiques.