Thème : sens de variation de fonctions associées

L'exercice

1. Étudier, selon les valeurs de x, le signe du trinôme $x^2 - 2x - 3$.
2. En déduire l'ensemble $\mathcal{D}$ des valeurs de x pour lesquelles l'expression $\sqrt{x^2 - 2x - 3}$ a un sens.
3. Étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ sur chacun des intervalles qui composent l'ensemble $\mathcal{D}$ et établir le tableau de variations de f.

Les réponses à la question 2. de plusieurs élèves ayant réussi la première question

Élève 1

Le signe du trinôme est négatif dans l'intervalle $]-1;3[$ *donc* $f(x)$ *n'est pas définie car* $f(x) \geqslant 0$ *pour être définie.*
L'ensemble $\mathcal{D}$ *pour lequel la fonction est définie est* $]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$.

Élève 2

$f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x - 3} > 0$ *donc* $\mathcal{D} \in]-\infty;-1[\cup]-1;3[\cup]3;+\infty[$.

Élève 3

Le trinôme $x^2 - 2x - 3$ *est défini sur* $\mathbb{R}$. *La fonction est croissante en* $]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[$ *et décroissante en* $]-1;3[$.
La fonction racine carrée étant strictement croissante sur $]0;+\infty[$, *on en déduit que* $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ *est définie sur* $]3;+\infty[$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Précisez les acquis de chacun des trois élèves et analysez les confusions qu'ils ont faites.

2- Exposez une correction de l'exercice comme vous le feriez dans une classe de première S, en prenant appui sur les fonctions de référence et sans faire appel à la notion de dérivation.

3- Présentez deux ou trois exercices pour une classe de première S sur le thème *sens de variation de fonctions associées.*