

Thème : fonction

L'exercice

Une entreprise fabrique des cartons d'emballage. La production exprimée en tonnes varie entre 0 et 10. Pour l'entreprise, le coût correspondant à la production de x tonnes de cartons, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par :

$$C(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 5,5x - 2.$$

On appelle coût moyen la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0, 10]$ par : $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$.

L'entreprise vend ses cartons au prix de 40 milliers d'euros la tonne.

Que pensez-vous de l'affirmation « Le bénéfice est maximal lorsque le coût moyen est minimal » ? Justifiez la réponse.

d'après Tle STMG collection algomaths Delagrave

Les réponses de deux élèves de terminale STMG**Élève 1**

J'ai tracé sur l'écran de ma calculatrice la courbe de chacune des deux fonctions. Le coût moyen est minimal pour 3 tonnes de cartons et le bénéfice est maximal pour 7 tonnes de cartons donc l'affirmation est incorrecte.

Élève 2

$$C'_M(x) = x - 3 + \frac{2}{x^2} = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2} = \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{x^2}.$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 12 \text{ donc il y a deux solutions : } x_1 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2 \times 1} = -0,73 \text{ et } x_2 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2 \times 1} = 2,73.$$

Le coût moyen est donc minimal pour 2,73 tonnes de cartons mais je ne sais pas calculer le bénéfice.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider.
- 2- Exposez une correction de l'exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale STMG.
- 3- Proposez deux exercices sur le thème *fonction* l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée permettant de développer la compétence « modéliser ».