

Dossier 24-04

Thème : Fonctions

L'exercice

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{e^{-x^2} - 1 + x^2}$.

- 1) Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^{-x} - 1 + x$.
 - a) Étudier les variations de g .
 - b) En déduire que pour tout réel X on a $e^{-X} - 1 + X \geq 0$.
 - c) Peut-on avoir égalité dans cette dernière inégalité ?
- 2) Montrer que f est définie et continue sur \mathbb{R} .
- 3) f est-elle dérivable sur \mathbb{R} ? On justifiera précisément la réponse.

La réponse d'un élève à la question 3)

$h(x) = e^{-x^2} - 1 + x^2$ est dérivable sur \mathbb{R} .
D'après 1) $h(x)$ est à valeurs dans $[0, +\infty[$.
Or on sait que la fonction racine carrée n'est dérivable que sur $]0, +\infty[$.
Donc $f(x)$ n'est pas dérivable sur \mathbb{R} mais seulement sur \mathbb{R}^* .
(théorème de composition)

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Précisez les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice.
- 2- Analysez la production de l'élève.
- 3- Proposez une correction de la question 3) comme vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 4- Présentez deux ou trois exercices mettant en jeu la continuité ou la dérivabilité des fonctions.