

Thème : Les suites
Approximation d'un nombre réel à l'aide de suites.

1. L'exercice proposé au candidat

Soient a, b deux réels tels que $0 < a < b$. On définit les suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ de la manière suivante : d'une part $u_0 = a$ et $v_0 = b$ et d'autre part $u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n}$ et $v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$ pour $n \geq 0$.

- 1) Étudier le signe de $u_n - v_n$ pour $n \geq 0$.
- 2) Étudier la monotonie des suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$.
- 3) Justifier la convergence des suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ vers une même limite.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

- Q.1) Quels sont les outils mathématiques mis en jeu dans la résolution de cet exercice? À quel type de classes cet exercice peut-il être proposé ?
- Q.2) Que peut-on dire de la définition des suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$?
- Q.3) Proposer une question supplémentaire concernant l'approximation de la limite, nécessitant l'utilisation de la calculatrice.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question Q.3)
- Un ou deux énoncés d'exercices sur le thème "approximation d'un réel à l'aide de suites".