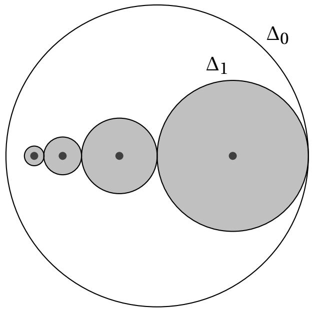
Dossier 21-4 *Sujet 2014e*

Thème : problèmes conduisant à l'étude de suites

L'exercice

On construit une suite de disques tangents $(\Delta_n)_{n\geqslant 0}$ comme sur la figure ci-contre. Deux disques consécutifs sont tangents et les centres de tous les disques sont alignés.
Le rayon de Δ_0 est R, celui de Δ_{n+1} est la moitié de celui de Δ_n. Montrer que tous les disques Δ_n sont situés à l'intérieur du disque Δ_0.



Les réponses de deux élèves

Élève 1

Sur le tableur, j'ai calculé les rayons des disques et la somme pour $R = 1$ et $R = 2$.

Disque	*Rayon*	*Total*		*Disque*	*Rayon*	*Total*
1	1	1		1	2	2
2	0,5	1,5		2	1	3
3	0,25	1,75		3	0,5	3,5
4	0,125	1,875		4	0,25	3,75
5	0,0625	1,9375		5	0,125	3,875
6	0,03125	1,96875		6	0,0625	3,9375
7	0,015625	1,984375		7	0,03125	3,96875
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
20	$1,91E-06$	1,999998		20	$3,81E-06$	3,999996
21	$9,54E-07$	1,999999		21	$1,91E-06$	3,999998
22	$4,77E-07$	2		22	$9,54E-07$	3,999999
23	$2,38E-07$	2		23	$4,77E-07$	4
24	$1,19E-07$	2		24	$2,38E-07$	4
25	$5,96E-08$	2		25	$1,19E-07$	4
26	$2,98E-08$	2		26	$5,96E-08$	4

On voit donc que la somme ne dépasse pas deux fois le rayon, donc les disques sont intérieurs à Δ_0.

Élève 2

Le rayon du 2^e^ disque est $\dfrac{R}{2}$, celui du 3^e^ disque est $\dfrac{R}{4}$ ..., celui du n^e disque est $\dfrac{R}{2^n}$.
Mais je ne sais pas calculer $R + \dfrac{R}{2} + \dfrac{R}{4} + ... + \dfrac{R}{2^n}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences qu'il a acquises.

2- Proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème des suites dont l'un au moins fera appel à une modélisation.