

**Thème : suites****L'exercice**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \ln x + x$ .

1. Soit  $n$  un nombre entier naturel non nul. On s'intéresse à l'équation :

$$(E_n) \quad \ln x + x = \frac{1}{n}$$

Justifier que  $(E_n)$  admet une unique solution dans l'intervalle  $]0, +\infty[$ .  
On note  $\alpha_n$  cette solution.

2. On s'intéresse à la suite  $(\alpha_n)$  des valeurs de  $\alpha_n$  lorsque  $n$  décrit l'ensemble  $\mathbb{N}^*$  des nombres entiers naturels non nuls.
- Montrer que la suite  $(\alpha_n)$  est strictement décroissante.
  - Justifier que la suite  $(\alpha_n)$  converge et déterminer sa limite.

**La solution proposée par un élève à la question 1.**

$f'(x) = \frac{1}{x} + 1 > 0$  donc  $f$  est strictement croissante, donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation  $(E)$  admet une unique solution.

**Le travail à exposer devant le jury**

- Analysez la réponse de l'élève : de quelles connaissances et compétences en lien avec le thème de l'exercice témoigne-t-elle ? Comment pourrait-on l'amener à améliorer sa réponse ?
- Proposez une correction de la question 2) telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale.
- Présentez deux ou trois exercices sur le thème des *suites*.