Thème : Les suites

1. L'exercice proposé au candidat

Soit $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = a \in \mathbb{R} \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+2} = \alpha u_{n+1} - (\alpha - 1)\, u_n \end{cases}$$

1) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, v_n = u_{n+1} - u_n$. Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. En déduire v_n en fonction de α, n, et a.
2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}, w_n = u_{n+1} - (\alpha - 1)\, u_n$. Montrer que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite constante.
3) Calculer u_n en fonction de v_n et w_n puis u_n en fonction de α, n et a.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Proposer une utilisation de la calculatrice pour le calcul des premiers termes des trois suites rencontrées.

Q.2) Comment choisiriez-vous les suites auxiliaires $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dans le cas d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie avec une relation de récurrence de la forme : $u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n$?

Q.3) Le paramètre α prend des valeurs dans $\mathbb{R}$ privé de 2, pourquoi ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

(i) sa réponse à la question Q.2)

(ii) Deux exercices sur le thème des suites, mettant en jeu d'autres notions sur les suites.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	Modalités et mise en œuvre	Commentaires
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante.	Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence.	
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1+t)^n$ et $1+nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée). On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.	On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.

Programme de TS

Contenus	Modalités et mise en oeuvre	Commentaires
Raisonnement par récurrence Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.
Suites Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante.	On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite L, en complétant l'étude sur tableur par des encadrements de $(u_n - L)$. On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites définies par $u_{n+1} = au_n + b$.	Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.