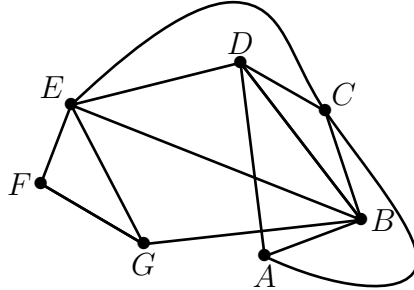


Dossier 9-2

Thème : Théorie des graphes

1. L'exercice proposé au candidat

Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G . Cela conduit au graphe \mathcal{G} suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



- 1) Le graphe \mathcal{G} est-il complet ? Quel est l'ordre de \mathcal{G} ?
- 2) Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes. Proposer un coloriage adapté à cette condition. Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de \mathcal{G} ?
- 3) Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?
Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2) ?
- 4) En considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, construire la matrice M associée à \mathcal{G} .

$$\text{On donne : } M^8 = \begin{pmatrix} 6945 & 9924 & 8764 & 8764 & 9358 & 3766 & 5786 \\ 9924 & 14345 & 12636 & 12636 & 13390 & 5486 & 8310 \\ 8764 & 12636 & 11178 & 11177 & 11807 & 4829 & 7369 \\ 8764 & 12636 & 11177 & 11178 & 11807 & 4829 & 7369 \\ 9358 & 13390 & 11807 & 11807 & 12634 & 5095 & 7807 \\ 3766 & 5486 & 4829 & 4829 & 5095 & 2116 & 3181 \\ 5786 & 8310 & 7369 & 7369 & 7807 & 3181 & 4890 \end{pmatrix}.$$

Combien y a-t-il de chemins de longueur 8 qui relient B à D ?

- 5) Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ? Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou à en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

- Q.1) Indiquer les différents outils utilisés et à quel niveau cet énoncé peut être posé.
- Q.2) La question 4) de l'exercice. Comment expliquer à des élèves l'interprétation des termes de la matrice M^n ?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

- Sa réponse à la question Q.2)
- Un ou deux énoncés d'exercices mettant en jeu d'autres compétences sur les graphes.