

<b>Thème : matrices</b>
-------------------------

**L'exercice**

Dans une réaction chimique impliquant deux composés A et B, on sait qu'à chaque minute, 60 % du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30 % du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels  $(u_n)$  et  $(v_n)$  donnant les quantités en grammes des composés  $n$  minutes après le début de la réaction, la masse totale des deux composés étant de 900 grammes.

- 1) Dans cette question seulement, on suppose qu'on dispose au départ de 450 grammes de composé A.
  - a) À l'aide d'un tableur, préparer sur une feuille de calcul trois colonnes intitulées respectivement  $n$ ,  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .
  - b) Entrer en deuxième ligne les valeurs initiales de  $n$ ,  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .
  - c) Compléter les cellules de la troisième ligne pour pouvoir, par recopie, simuler l'évolution des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  en fonction de  $n$ .
  - d) En déduire  $u_{20}$  et  $v_{20}$ .
- 2) Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la masse du composé A est en fait de 378 grammes. En procédant par essais et erreurs, retrouver les masses initiales de chaque composé en début de réaction.

**Un extrait du manuel Odyssée terminale S spécialité (Hatier 2012)**

Dans une réaction chimique impliquant deux composés A et B, on sait qu'à chaque minute, 60 % du composé A ne réagit pas, le reste se transformant en B, tandis que seul 30 % du composé B se transforme en A. Aucun autre composé n'est produit lors de la réaction. On considère deux suites de nombres réels  $(u_n)$  et  $(v_n)$  donnant les proportions des composés  $n$  minutes après le début de la réaction ( $n$  entier positif).

On note  $P_n$  la matrice colonne égale à  $\begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$ .

- 1) Montrer que  $P_{n+1} = MP_n$ , où  $M$  est une matrice carrée d'ordre 2 que l'on explicitera. En déduire que  $P_n = M^n P_0$ .
- 2) a) Montrer que la matrice  $M$  est inversible, donner son inverse  $M^{-1}$ .
  - b) Après 3 minutes d'expérience, un dosage fait apparaître que la proportion de composé A est 42 %. Retrouver les proportions initiales de chaque composé en début de réaction.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Comparez les compétences développées par les deux versions de l'exercice.
- 2- Exposez une correction de la question 2 de l'exercice du manuel comme vous le feriez devant une classe de terminale S.
- 3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème *matrices*.