

Thème : Divers types de raisonnements**L'exercice**

On appelle E l'ensemble des triplets (x, y, z) de réels strictement positifs qui vérifient les deux inégalités strictes $xyz > 1$ et $x + y + z < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$. On cherche à établir quelques propriétés de E .

- 1) Soit (a, b, c) un élément de E .
 - a) Démontrer que $\max(a, b, c) > 1$;
 - b) Démontrer que $\min(a, b, c) < 1$;
 - c) Démontrer que a, b et c sont tous les trois différents de 1.
- 2) Déterminer tous les éléments de E qui sont de la forme $(x, \frac{1}{2x}, \frac{1}{2x})$, où x est un réel strictement positif. En déduire que l'ensemble E est infini.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Dégager les outils et méthodes nécessaires à la résolution de l'exercice.
- 2- Présenter une solution à la question 1.c) de l'exercice.
- 3- Proposer au moins deux exercices assez courts illustrant des figures classiques du raisonnement (raisonnement par contraposition, par disjonction de cas, par l'absurde, par récurrence, utilisation d'exemples et de contre-exemples, ...). On pourra puiser dans les domaines du dénombrement, de l'arithmétique, de la géométrie.