

<b>Thème : conjecture et démonstration</b>
--

**L'exercice**

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$  avec  $u_0 = 0$ .

La suite  $(u_n)$  est-elle convergente ?

**Les démarches de deux élèves de terminale scientifique****Élève 1**

	A	B
1	$n$	$u_n$
2	0	0,000
3	1	0,500
4	2	0,667
5	3	0,750
6	4	0,800
7	5	0,833
...	...	...
102	100	0,990
...	...	...
1 002	1 000	0,999

À l'aide d'un tableur, j'ai construit cette feuille de calcul.  
Je conjecture que la suite  $(u_n)$  est croissante et converge vers 1.  
Je montre que la suite est croissante :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2 - u_n} - u_n = \frac{1 - 2u_n + u_n^2}{2 - u_n}$$

Je ne sais pas comment conclure.

**Élève 2**

J'ai calculé les premiers termes de la suite :

$$u_0 = 0, u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{4}.$$

J'en déduis que  $u_n = \frac{n}{n+1}$  et donc que la suite  $(u_n)$  converge vers 1 car  $u_{10\,000} = \frac{10\,000}{10\,001} \approx 1$ .

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 - Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Précisez l'aide que vous pourriez leur apporter pour mener à bien leur démarche.
- 2 - Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique en ayant recours à l'outil logiciel.
- 3 - Proposez deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.