

## Thème : intégration d'un outil logiciel

**L'exercice**

On se propose de démontrer de deux façons différentes que pour tous réels  $x$ ,  $y$  et  $z$  :

$$x + y + z = 1 \implies x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$$

1. Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $x$ ,  $y$  et  $z$  des réels.

a) Un logiciel de calcul formel fournit les résultats suivants :

1	$A=(a^2+b^2+c^2)*(x^2+y^2+z^2)$
	$(a^2+b^2+c^2)*(x^2+y^2+z^2)$
2	$B=(a*x+b*y+c*z)^2+(a*y-b*x)^2+(b*z-c*y)^2+(c*x-a*z)^2$
	$(a*x+b*y+c*z)^2+(a*y-b*x)^2+(b*z-c*y)^2+(c*x-a*z)^2$
3	simplify(A-B)
	0

b) En déduire que pour tous réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $x$ ,  $y$  et  $z$ , on a :

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

c) Conclure

2. Soit un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $x + y + z = 1$ .

a) Calculer la distance du point  $O$  au plan  $\mathcal{P}$ .

b) Soit  $R(x, y, z)$  un point de l'espace. Retrouver géométriquement la propriété démontrée à la question 1.c).

3. La propriété ainsi démontrée est-elle une équivalence ?

**Un extrait des programmes de terminale scientifique**

*L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation. En particulier, lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel limite le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.*

*L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :*

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1- Comparez les compétences mobilisées par chacune des deux méthodes.
- 2- Exposez une correction des questions 2 et 3 comme vous le feriez avec une classe de terminale scientifique.
- 3- Proposez deux ou trois exercices de niveau collège ou lycée, justifiant le recours à des logiciels différents.