Dossier 4-7 Sujet 2014e

Thème : problèmes conduisant à une résolution d'équation

L'exercice

Dans un récipient cylindrique de rayon 10 cm et de hauteur 30 cm, on place une bille de rayon 4 cm. On verse de l'eau jusqu'à recouvrir exactement la bille (la surface de l'eau est alors tangente à la bille qui se trouve au fond du récipient). On retire ensuite la bille, et on la remplace par une autre bille de rayon R différent de 4 cm.

La question que l'on se pose est la suivante :

Est-il possible que l'eau recouvre exactement la nouvelle bille?

On pourra montrer que le problème se ramène à la résolution de l'équation (E) : $x^3 - 150x + 536 = 0$

D'après Déclic TS collection HACHETTE

Les réponses de deux élèves de terminale S pour la résolution de l'équation

Élève 1

(E) est définie et continue sur [7,07; 10].

(E) est strictement croissante sur [7,07; 10].

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, (E) admet une unique solution sur [7,07; 10].

À la calculatrice, j'obtiens : $9,7 \le R \le 9,8$.

Conclusion: il y a bien une autre bille dont le rayon est environ 9,8 cm.

Élève 2

J'ai essayé de factoriser et avec ma calculatrice, j'ai obtenu

$$x^3 - 150x + 536 = (x - 4)(x^2 + 4x - 134)$$

Maintenant je calcule $\Delta = 552$. Il y a donc deux autres solutions qui sont environ 9,8 cm et une autre négative qui ne compte pas car une longueur est toujours positive.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences acquises par chacun d'eux.
- 2- Proposez une correction de la modélisation permettant d'obtenir l'équation proposée telle que vous l'exposeriez devant une classe.
- 3- Présentez deux ou trois problèmes conduisant à une résolution d'équation.