

1. L'exercice proposé au candidat

Un astronome a observé au jour J_0 , le corps céleste A , qui apparaît périodiquement tous les 105 jours. Six jours plus tard (J_0+6), il observe le corps céleste B dont la période d'apparition est de 81 jours. On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée de ces deux corps céleste aux yeux de l'astronome.

Le but de l'exercice est de déterminer la date de ce jour J_1 .

- 1) Soient u et v le nombre de périodes effectuées respectivement par A et par B entre J_0 et J_1 . Montrer que le couple (u, v) est solution de l'équation :

$$(E_1) \quad : \quad 35x - 27y = 2$$

- 2) Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs (x, y) solutions de l'équation (E_1) .
- 3) Déterminer J_1 .
- 4) Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, combien de jours devra-t-il attendre jusqu'à la prochaine apparition simultanée de ces deux corps ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

- Q.1) a) Présenter, avec votre calculatrice, le calcul du PGCD de deux entiers naturels non nuls.
- b) Présenter, avec votre calculatrice, un algorithme permettant d'obtenir une solution particulière de l'équation :

$$(E_2) \quad : \quad 35x - 27y = 1$$

Q.2) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.3) Proposer un ou plusieurs exercices sur le même thème.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Terminale S Spécialité

Contenus	Modalités de mise en oeuvre	Commentaires
<p>Arithmétique Divisibilité dans \mathbb{Z}. Division euclidienne. Algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD. Congruences dans \mathbb{Z}. Entiers premiers entre eux.</p>	<p>On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au Collège et en classe de Seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en oeuvre sur calculatrice ou tableur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.</p>	<p>On montrera l'efficacité du langage des congruences. On utilisera les notations : $a \equiv b (n)$ ou $a \equiv b \pmod{n}$ et on établira les compatibilités avec l'addition et la multiplication. Toute introduction de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est exclue.</p>
<p>Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers. PPCM.</p>	<p>On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.</p>	<p>L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.</p>
<p>Théorème de Bezout. Théorème de Gauss.</p>	<p>Sur des exemples simples, obtention et utilisation de critères de divisibilité. Exemples simples d'équations diophantiennes. Applications élémentaires au codage et à la cryptographie. Application : petit théorème de Fermat</p>	<p>L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.</p>