Thème : arithmétique

L'exercice

Pour tout entier relatif n, on considère les entiers a et b suivants :

$$a = n^3 - 2n + 5 \qquad \text{et} \qquad b = n + 1$$

1. Démontrer que $PGCD(a, b) = PGCD(b, 6)$.
2. Déterminer les valeurs de n telles que $PGCD(a, b) = 3$.
3. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles b divise a.

Les solutions proposées par quatre élèves de terminale scientifique.

Élève 1

2. PGCD(b, 6) = 3, donc b est un multiple de 3 et $n = 3k + 2$, *avec* $k \in \mathbb{Z}$.

Élève 2

2. PGCD(b, 6) = 3, donc $b = 3(2k + 1)$, *soit* $n = 6k + 2$, *avec* $k \in \mathbb{Z}$.

Élève 3

3. J'ai rentré sur le tableur les valeurs de n de 0 à 100, puis les formules de a et b et $\dfrac{a}{b}$.
Les seules valeurs pour lesquelles on a un entier sont $n = 0$ *et* $n = 2$ *et* $n = 5$.

Élève 4

3. Ma calculatrice formelle me donne que $a = (n^2 - n - 1) \times b + 6$. *Le reste de la division n'est jamais nul, donc b ne divise jamais a.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions de ces élèves, en mettant en évidence les compétences acquises dans le domaine de l'arithmétique.

2- Exposez une résolution de la question 3 de cet exercice comme vous le feriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique* dont l'un au moins amène à formuler une conjecture.