

Thème : Arithmétique

L'exercice

1. On considère l'équation $(E) : 17x - 24y = 9$ où x et y sont des entiers relatifs.
 - a) Vérifier que le couple $(9; 6)$ est solution de l'équation (E) .
 - b) Résoudre l'équation (E) .

2. Le 1er juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste \mathcal{A} , qui apparaît tous les 51 jours.
Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste \mathcal{B} , qui apparaît tous les 72 jours.
 - a) À quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps ?
 - b) Un membre du club, qui ne pourra pas être présent à cette date, aura-t-il la possibilité d'observer une nouvelle conjonction des deux corps avant fin 2016 ?

La solution proposée par un élève aux questions 1.b) et 2.a)

1.b) D'après 1.a), on a : $17x - 24y = 17 \times 9 - 24 \times 6$, soit $17(x - 9) = 24(y - 6)$.
Ainsi, 17 divise $24(y - 6)$, or 17 et 24 sont premiers, donc 17 divise $y - 6$, avec Gauss.
D'où l'existence d'un entier k tel que $y - 6 = 17k$.
On trouve de même l'existence d'un entier k tel que $x - 9 = 24k$.
Donc les solutions de E sont des couples de la forme $(9 + 24k, 6 + 17k)$, où k est un entier.

2.a) Le corps céleste \mathcal{B} est observé 27 jours plus tard, d'où $t = 51x = 72y + 27$ et $17x - 24y = 9$. De plus d'après 1.a), on a $x = 9$ et $y = 6$. Comme le PPCM de 9 et 6 vaut 18, on pourra observer simultanément les deux corps le 16 juillet 2012.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez le raisonnement de l'élève dans chacune de ses réponses.
- 2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème de l'arithmétique, dont l'un au moins fait appel à la mise en œuvre d'un algorithme.