

Thème : arithmétique

L'exercice

- 1) Après avoir vérifié que le couple d'entiers $(-8, 11)$ est solution de l'équation $37x + 27y = 1$, déterminez l'ensemble des couples (x, y) d'entiers solutions de : $37x + 27y = 1000$.
- 2) Un restaurateur sert des repas à 27 euros et à 37 euros. À la fin du service sa recette s'élève à 1000 euros. Combien a-t-il servi de repas de chaque sorte ?
- 3) Aurait-il pu obtenir la même recette avec des menus à 27 euros et à 36 euros ?

La réponse d'un élève à la question 1)

On pose $(x_0, y_0) = (-8000, 11000)$. Soient $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$, on a :

$$\begin{cases} 37x + 27y = 1000 \\ 37x_0 + 27y_0 = 1000 \end{cases}$$

donc $37(x - x_0) = -27(y - y_0)$.

Donc 37 divise $-27(y - y_0)$, comme 37 et 27 sont premiers entre eux le théorème de Gauss permet de dire que 37 divise $y - y_0$.

Donc $y - y_0 = 37k$ c'est à dire $y = 11000 + 37k$.

Donc $x - x_0 = -27k$, c'est à dire $x = -8000 - 27k$.

Donc les solutions de l'équation sont $(-8000 - 27k, 11000 + 37k)$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Précisez les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice.
- 2- Analysez la production de l'élève.
- 3- Proposez une correction des questions 2) et 3) comme vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 4- Présentez deux ou trois exercices sur le thème "arithmétique" dont un au moins nécessite la mise en oeuvre d'un algorithme.