

Thème : Arithmétique

1. L'exercice proposé au candidat

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, **en justifiant le choix effectué**.

- 1) Si un entier est divisible par 4, alors il est divisible par 8.
- 2) Si un entier est divisible par 4 et par 5, alors il est divisible par 20.
- 3) Si un entier est divisible par 4 et par 6, alors il est divisible par 24.
- 4) Si deux entiers naturels a et b ($a > b$) sont premiers entre eux, alors le PGCD de $a + b$ et $a - b$ est égal à 1 ou à 2.
- 5) Si deux entiers naturels a et b sont premiers entre eux, alors les entiers a^2 et b^2 sont premiers entre eux.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Le candidat rédigera sur ses fiches :

- ◇ sa réponse à la question 4) ;
- ◇ un ou plusieurs exercices se rapportant au thème « **Arithmétique** » dont un au moins faisant appel à la notion de congruence.

Le candidat présentera au jury :

- le contenu de ses fiches ;
- les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.

3. Quelques références aux programmes

Classe de Terminale S, enseignement de spécialité

L'arithmétique est un champ des mathématiques très vivant dont les applications récentes sont nombreuses; c'est un domaine au matériau élémentaire et accessible conduisant à des raisonnements intéressants et formateurs. C'est un lieu naturel de sensibilisation à l'algorithmique où la nécessité d'être précis impose rigueur et clarté du raisonnement.

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
<p>Arithmétique</p> <p>Divisibilité dans \mathbb{Z}. Division euclidienne. Algorithme d'Euclide pour le calcul du PGCD.</p> <p>Congruences dans \mathbb{Z}. Entiers premiers entre eux.</p> <p>Nombres premiers. Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers. PPCM.</p> <p>Théorème de Bézout. Théorème de Gauss.</p>	<p>On fera la synthèse des connaissances acquises dans ce domaine au collège et en classe de Seconde. On étudiera quelques algorithmes simples et on les mettra en œuvre sur calculatrice ou tableur : recherche d'un PGCD, décomposition d'un entier en facteurs premiers, reconnaissance de la primalité d'un entier.</p> <p>On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini.</p> <p>Sur des exemples simples, obtention et utilisation de critères de divisibilité. Exemples simples d'équations diophantiennes. Applications élémentaires au codage et à la cryptographie. Application : petit théorème de Fermat.</p>	<p>On montrera l'efficacité du langage des congruences. On utilisera les notations : $a \equiv b \pmod{n}$ ou $a \equiv b \pmod{n}$ et on établira les compatibilités avec l'addition et la multiplication. Toute introduction de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est exclue.</p> <p>L'unicité de la décomposition en facteurs premiers pourra être admise.</p> <p>L'arithmétique est un domaine avec lequel l'informatique interagit fortement ; on veillera à équilibrer l'usage de divers moyens de calculs : à la main, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice.</p>