

Thème : Arithmétique

L'exercice

- 1) Soit m un entier relatif. On note (E_m) l'équation $11x + 13y = m$, d'inconnue (x, y) . Trouver toutes les solutions (x, y) de (E_m) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
- 2) On suppose désormais que m est un entier naturel. Montrer qu'il y a autant de solutions (x, y) de l'équation (E_m) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ qu'il y a d'entiers dans le segment $[\frac{5m}{11}, \frac{6m}{13}]$.
- 3) Montrer que si $m < 143$ (resp. $m \geq 143$), alors l'équation (E_m) possède au plus (resp. au moins) une solution (x, y) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Préciser les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice.
- 2- Écrire un algorithme renvoyant, pour un entier naturel m donné, la ou les solutions éventuelles (x, y) de l'équation (E_m) dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Cet algorithme pourra être implanté sur ordinateur ou simplement décrit au tableau dans un langage de votre choix.
- 3- Comment pourrait-on montrer que 119 est le plus grand entier naturel m tel que (E_m) n'ait pas de solution dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$?
- 4- Proposer deux énoncés d'exercices mettant en valeurs d'autres compétences exigibles d'élèves de troisième ou de terminale S en arithmétique.