

Thème : nombres complexes

L'exercice**1) Restitution organisée de connaissances**

Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormal direct, on considère un point Ω d'affixe ω et un réel θ . Démontrer que l'affixe z' du point M' image d'un point M d'affixe z par la rotation de centre Ω et d'angle θ est définie par :

$$z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$$

2) On considère un triangle ABC direct sur lequel on construit extérieurement trois triangles équilatéraux BCA' , ACB' et ABC' et on note P , Q et R les centres de gravité respectifs des triangles BCA' , ACB' et ABC' .

Soient $a, b, c, a', b', c', p, q$ et r les affixes respectives des points $A, B, C, A', B', C', P, Q$ et R .

2.1) Exprimer a', b' et c' en fonction de a, b et c .

2.2) Montrer que les triangles ABC , $A'B'C'$ et PQR ont le même centre de gravité.

Une réponse d'élève à la question 1)

M' est l'image de M par la rotation de centre Ω et d'angle θ si $\Omega M' = \Omega M$ et $(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}) = \theta$.

Donc $|z' - \omega| = |z - \omega|$ et $\arg\left(\frac{z' - \omega}{z - \omega}\right) = \theta$. On en déduit que $\frac{z' - \omega}{z - \omega} = e^{i\theta}$ donc $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice ?
- 2- Analyser la réponse proposée par l'élève.
- 3- Donner une correction de la question 2.2) pour les triangles ABC et $A'B'C'$ comme vous la présenteriez devant une classe de Terminale.
- 4- Présenter deux ou trois exercices de géométrie plane pour lesquels l'utilisation de nombres complexes est pertinente.