

Thème : Nombres complexes**L'exercice**

On considère l'application f qui à tout nombre complexe z associe le nombre complexe $f(z)$ défini par :

$$f(z) = e^y (\cos(\pi x) + i \sin(\pi x))$$

où x et y désignent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de z .

- 1) Placer dans le plan muni d'un repère orthonormal les points d'affixes $f(i)$, $f(1+i)$ et $f(1-i)$.
- 2) Démontrer que pour tout couple $(z, z') \in \mathbb{C}^2$ et pour tout entier $n \in \mathbb{Z}$, on a

$$f(z + z') = f(z)f(z') \quad \text{et} \quad f(nz) = (f(z))^n$$

- 3) Démontrer que, pour tout nombre complexe z , le nombre complexe $f(z)$ est non nul puis déterminer le module et un argument de $f(z)$.
- 4) Construire l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan dont l'affixe $z = x + iy$ vérifie les conditions $|x| \leq 1$ et $|y| = 1$. Déterminer et construire l'ensemble des points d'affixe $f(z)$ quand le point M d'affixe z parcourt l'ensemble \mathcal{E} .

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Dégager les méthodes et savoirs mis en jeu ainsi que les objectifs d'apprentissage visés dans cet exercice.
- 2- Présenter une solution de la questions 4).
- 3- Proposer un ou plusieurs exercices se rapportant au thème "Nombres complexes".